Lahendused ja hindamisjuhis
VII klass

Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

1. Leia arvu x väärtus.

$$208 : \left[112 - \frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}\right] = 2$$

<u>Vastus</u>: $x = 51\frac{1}{3}$

<u>Lahendus</u>:

$$208 : \left[112 - \frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}\right] = 2$$

1) $\frac{208}{2} = 112 - \frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}$; $104 = 112 - \frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}$

2) $104 - 112 = -\frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}$; $-8 = -\frac{(200 - 3x) \cdot 4}{23}$

3) $-8 \cdot 23 = -(200 - 3x) \cdot 4$; $-184 = -(200 - 3x) \cdot 4$; $184 = (200 - 3x) \cdot 4$

4) $184 : 4 = 200 - 3x$; $46 = 200 - 3x$;

5) $46 - 200 = -3x$; $-154 = -3x$

6) $x = \frac{154}{3} = 51\frac{1}{3}$

<u>Hindamine</u>:

Õiges järjekorras avaldamine: 1p

Iga õige avaldamine: 1p

Kokku: 7p

Antud vaid õige vastus: 2p

Lahendused ja hindamisjuhis **VII klass**	**Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad** **MATEMAATIKA KOOLIVOOR** **Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.**

2. Kaupluse külastajatele anti maitsta küpsiseid ja nad pidid andma nende kohta ühe neljast hinnangust. Vastanutest 13, mis moodustas 5,2% kõigist vastanutest, vastasid "need küpsised ei maitse", 37 inimest vastas "ei ole eriti head küpsised", 155 vastas "head küpsised" ja ülejäänud vastasid "väga head küpsised". Mitu protsenti vastanutest ütles, et need on väga head küpsised?

Vastus: Vastanutest 18% ütles, et need on väga head küpsised.

Lahendus: Et 13 vastanut moodustas 5,2% kõigist vastanutest, siis vastajaid kokku oli

$$\frac{13 \cdot 100\%}{5{,}2\%} = 250.$$

Seega, et küpsised olid väga head vastas 250 – 13 – 37 – 155 = 45 inimest.

Saadud arv moodustab kõigi vastanute arvust $\frac{45 \cdot 100\%}{250} = 18\%$.

Hindamine:

Kõigi vastanute arvu leidmine: 3p

Leitud inimeste arv, kes vastasid, et küpsised on väga head: 1p

Leitud mitu protsenti kõigist moodustavad, need kes ütlesid, et on väga head: 3p

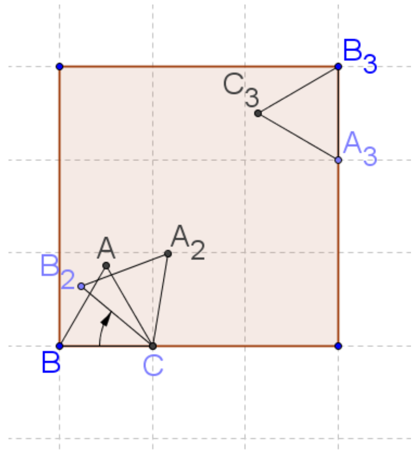
Kokku: 7p

Antud vaid õige vastus: 2p

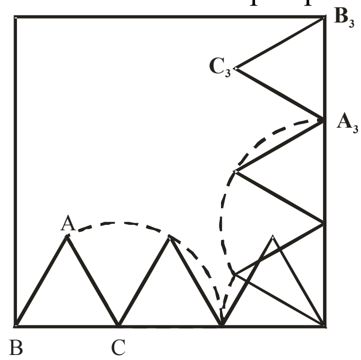
Lahendused ja hindamisjuhis
VII klass

Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

3. Ruudu külje pikkus on 6 cm. Ruudu sisse on joonestatud võrdkülgne kolmnurk ABC küljepikkusega 2 cm nii, et kolmnurga tipp B ühtib ruudu tipuga ja tipp C asub ruudu küljel. Kolmnurka pöörati päripäeva ilma libistamata mööda ruudu kahte külge. Joonisel on näidatud kolmnurga algasend (ABC), lõppasend ($A_3B_3C_3$) ja üks asenditest pärast pööramise alustamist (A_2B_2C) . Joonesta kolmnurga pööramisel tekkivad asendid, kus kolmnurga kaks tippu asuvad ruudu küljel. Leia kolmnurga tipu A poolt läbitud täpne teepikkus.



Vastus:
Väikse kolmnurga asendid, kus kaks tippu asuvad ruudu küljel on joonisel. Tipu A läbitud teekonna täpne pikkus on 3π cm.



Lahendus:
Tipu A poolt läbitud teepikkus koosneb kolmest kaarest kesknurga suurustega 120°, 30° ja 120°.
Teekonna pikkus on:

$$\frac{120^\circ 2\pi r}{360^\circ}+\frac{30^\circ 2\pi r}{360^\circ}+\frac{120^\circ 2\pi r}{360^\circ}=\frac{270^\circ 2\pi r}{360^\circ}=\frac{3}{4}2\pi r$$

Kuna kolmnurga külje pikkus on 2 cm, siis kaarte raadius on 2 cm.

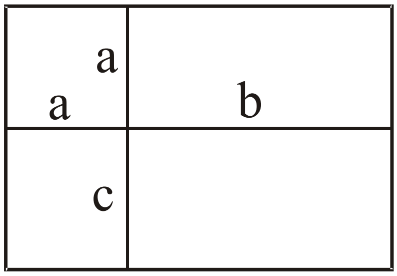
Seega kolmnurga tipu A teekonna täpne pikkus on $\frac{3}{4}2\pi\cdot 2=3\pi$ (cm).

Hindamine:
Tehtud õige joonis kolmnurga asendite kohta: 1p
Leitud kaarte kesknurkade suurused: 3p
Leitud kaarte pikkused: 3p
Kokku: 7punkti
Antud ainult õige vastus: 2p
Kui π on asendatud ligikaudse arvuga, vähendada punktisummat 1p võrra.

Lahendused ja hindamisjuhis
VII klass

Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

4. Ristküliku ühe külje pikkus on 48 cm. Peeter, Anne, Elle ja Sille jaotasid selle ristküliku neljaks ristkülikuks mõõtmetega $a \times a$, $a \times b$, $a \times c$ ja $c \times b$ nii, et kõikide ristkülikute mõõtmed olid täisarv sentimeetreid. Igaüks võttis endale ühe ristküliku. Peeter sai endale ainsa ruudukujulise tüki, mis moodustas poole Elle tüki pindalast ning $\frac{2}{3}$ Anne tüki pindalast. Sille sai suurima tüki. Leia esialgse ristküliku teise külje pikkus.



Vastus: Algse ristküliku teine külg oli 40 cm.

Lahendus:
Kuna Peetri tükk on ruut $a \times a$ ja kõikide teiste tükkide pindalad on suuremad, siis b ja c peavad olema suuremad kui a. Seega suurima pindalaga on tükk $c \times b$. Seega Anne ja Elle tükkide mõõtmed on $a \times b$ ja $a \times c$.
Kuna Peetri ruut on pindalalt pool Elle tükist, siis on Elle tüki mõõtmed $a \times 2a$. Kuna Peetri ruut on pindalalt $\frac{2}{3}$ Anne tükist, siis on Anne tükk $a \times \frac{2}{3}a$.

Oletades, et $\frac{2}{3}a + a = 48$ oleks $a = 48 : 1\frac{2}{3} = \frac{48 \cdot 3}{5}$, mis pole täisarv.

Seega ei saa olla $\frac{2}{3}a + a = 48$. Jääb üle võimalus, et $a + 2a = 48$, millest $a = 16$ cm. Kui Peetri tüki mõõtmed on 16×16, siis Elle tüki üks külg on 16 cm ja teine külg $16 : \frac{2}{3} = 24(\text{cm})$ ning algse ristküliku teine külg oli $16 + 24 = 40$ (cm).

Hindamine:

Selgitatud, milliste mõõtmetega tükid on Anne ja Elle omad: 1p

Leitud Elle tüki mõõtmed: 1p

Leitud Anne tüki mõõtmed: 2p

Näidatud, et kui ristküliku külg pikkusega $\frac{2}{3}a + a$ oleks 48, siis ei oleks tekkinud ristkülikute mõõtmed täisarvulised: 2p

Leitud ristküliku teise külje pikkus: 1p

Kokku: 7p

Antud vaid õige vastus: 2p

Lahendused ja hindamisjuhis
VII klass

Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

5. Sõnas TALLINN vastavad erinevatele tähtedele erinevad numbrid ja ühesugustele tähtedele ühesugused numbrid. Teada on, et $L+I+N+N$ ja $L \cdot I$ on paarisarvud ning $A \cdot N$ ja $T+A$ on paaritud arvud. Leia vähim ja suurim seitsmekohaline arv, mis saab neil tingimustel vastata sõnale TALLINN.

Vastus: Vähim ja suurim seitsmekohaline arv on vastavalt 2100433 ja 8966477.

Lahendus: Vaatleme summat L + I + N + N. Sõltumata sellest, kas N on paaris või paaritu on N + N paaris. Seega L + I peab olema paarisarv, mis tähendab, et L ja I on mõlemad kas paarisarvud või mõlemad on paaritud. Et L · I on paarisarv, siis vähemalt üks peab neist paaris olema ning eelneva põhjal on järelikult L ja I mõlemad paarisarvud.

Et A · N on paaritu, siis mõlemad tegurid peavad olema paaritud.

Et T + A on paaritu, siis T ja A on erineva paarsusega. Kuna A oli eelneva põhjal paaritu, siis T on paaris.

Tähele T vastava arvu vähim väärtus saab olla 2 (arv ei alga numbriga 0) ja suurim 8.

Tähele A vastab paaritu arv, seega selle arvu vähim väärtus saab olla 1 ja suurim 9.

Järgnevatele tähtedele vastava arvu suurima ja vähima väärtuse leidmisel, arvestame juba eelnevaid väärtusi.

Tähele L peab vastama paarisarv. Vähim väärtus saab olla 0 ja suurim 6.

Tähele I peab vastama paarisarv. Vähim väärtus saab olla 4 ja suurim 4.

Tähele N peab vastama paaritu arv. Vähim väärtus saab olla 3 ja suurim 7.

Vähim väärtus on 2100433 ja suurim on 8966477.

Hindamine:

Leitud tähtedele L ja I vastavate arvude paarsus ja põhjendatud: 2p

(kui põhjendused puudu, siis 1p)

Leitud tähtedele A, T ja N vastavate arvude paarsus ja põhjendatud: 3p

(kui põhjendused puudu, siis 2p)

Leitud õigesti vähim võimalik arv: 1p

Leitud õigesti suurim võimalik arv: 1p

Kokku: 7p